國立政治大學應用數學系九十學年度第二學期研究生學科考試試題

科目：作業研究

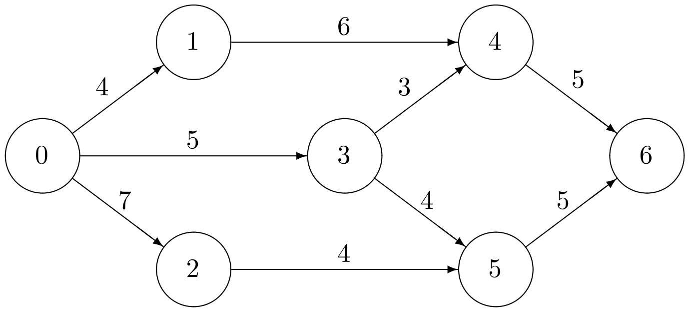
1. 下列爲一線性規劃（Linearing Programming, LP）問題之原型模式：

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \quad & Z = X_1 + 2X_2 \\
\text{S.T.} \quad & X_1 + X_2 \le 8 \\
& X_1, X_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

   (a) 請寫出其對偶問題（dual problem）之模式，並以LP問題之原型對偶關係求出原型模式之最佳解。

   (b) 請說明使用Karmarkar方法的概念及步驟。

2.



   (a) 將上圖視爲一路網，線上的數字爲兩節點（node）間的距離，利用最短路徑演算法（Shortest path algorithm）求解。

   (b) 將上圖視爲一專案（Project）工作網路，節點表事件（event），連線表工作（activity），箭頭表順序關係（Precedence relationships），線上的數字表工作執行時間，利用要徑法（CPM）求解專案之關鍵路徑及完成時間。並列出各事件之最早時間（earliest time）、最遲時間（latest time）及寬鬆時間（slack time），以及各工作之寬鬆時間。

3. 一家製造商，南北部各有一家工廠分別供應南北部的市場需求。南北二工廠每季的最大產能分別爲P及Q，最大庫存量則分別爲U及V。南北部每季的需求量分別爲S_t及N_t，$t = 1, 2, 3, 4$。南北二工廠產品製造成本分別爲a及b，庫存成本分別爲c及d。南北二工廠亦可互相支援存貨，運輸成本爲e。生產計畫總成本之計算應包含各工廠之製造成本、庫存成本及運輸成本。令南北二工廠每季的生產量分別爲X_t及Y_t，$t = 1, 2, 3, 4$；庫存量分別爲I_t及J_t，$t = 1, 2, 3, 4$；而南運往北及北運往南之運輸量分別爲H_t及K_t，$t = 1, 2, 3, 4$。

   (a) 請將本問題寫成求解總成本最低之線性規劃（LP）模式。

   (b) 請將本問題寫成動態規劃（Dynamic Programming, DP）模式。

4. 某家速食連鎖企業準備在某大學校門口大街承租及規劃店面。目前考慮的問題爲：應該設置幾個服務員點餐收銀機台，才能使顧客的平均等待長度及等待時間不超過公司預定的服務品質限定條件，如平均等待長度不超過五個人、平均等待時間不超過十分鐘等。

   (a) 假設單位時間到客數爲一波松型分配函數（Poisson distribution），平均到客率爲 λ，服務時間（service time）則爲一指數型分配函數（Exponential distribution），平均服務率爲 μ。請說明採用等候理論（Queueing Theory）之理論解法，求解此一問題的方法與過程，包括如何求出所需要的服務人員數 s、相關的平均等候列長度 L_q 及平均等候時間 W_q 等。

   (b) 假設顧客間隔到達時間（interarrival time）爲一常態分配函數（Normal distribution），請說明如何求解本問題。