（榮譽第一）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　第　頁/共　頁

國立政治大學 應用數學系 105學年度第一學期　學科 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM　　Page　/Total

考試科目 Course	實變函數論	開課系級 Dept, & Class	研究所	日期 Date, Period	105年9月19日 下午14:00~17:00	試題編號 Course	

本試卷共有6個題目，
碩士班：請選5題作答，每題20分，請在答案卷最前面註明所選的5題，否則依學生作答之前5題計分。
博士班：6題全做答，每題17分，超過100分則以100分計。

一. Show that every metric space is normal.

二. Is $L^p(X, \mathcal{S}, \mu)$ a Hilbert space with respect to the p-norm? (You must justify your answer).

三. Let f be a nonnegative measurable function on $[0,1]$. Show that
$$\log \int_0^1 g(x)\,dx \geq \int_0^1 \log g(x)\,dx$$
whenever the right side is defined.

四. Let $f_n \to f$ in $L^p(X, \mathcal{S}, \mu)$, $1 \le p < \infty$, and $\{g_n\}$ be a sequence of measurable functions on X which is uniformly bounded on X and $g_n \to g$ a.e. on X. Show that $g_n f_n \to gf$ in $L^p(X, \mathcal{S}, \mu)$.

五. Let $(X, \mathcal{S}, \mu)$ be a finite measure space, f_n, $n=1,2,\ldots$, and f be measurable function on X which are finite a.e. on X. Show that $f_n \xrightarrow{\mu} f$ iff $\int_X \frac{|f_n - f|}{1+|f_n - f|}\,d\mu \to 0$ as $n \to \infty$.

六. Show that the function $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t}\,dt$, $x > 0$, is well-defined and,
$$\int_{\frac{1}{n}}^{n} t^{x-1} e^{-t}\,dt \to \Gamma(x)$$
uniformly on compact subsets of $(0, \infty)$.

本考試：☑ 不需使用簡易計算機，☐ 使用簡易計算機　　←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：(Teacher)　　（簽章）(Signature & date) 105年 9月 12日　　試題隨卷繳交

國立政治大學 應用數學系 105 學年度第一學期 學科 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	組合學	開課系級 Dept, & Class	研究所	日期 Date, Period	105 年 9 月 19 日 上午 9:00~12:00	試題編號 Course No.	

本試卷共有 6 個題目，
碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。
博士班：6 題全做答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

1. Show that there are only five regular polyhedra.

2. Show that for any six people, there exists a group of three mutual friends or a group of three mutual strangers.

3. How many ways are there to make a pile of n chips using red, white, and blue chips and such that no red chips are together?

4. Show that $\sum_{i=0}^{n} C_{i}^{2i} \cdot C_{n-i}^{2n-2i} = 4^n$.

5. A derangement $d_1 d_2 \cdots d_n$ of $\{1,2,\cdots,n\}$ is a permutation of $\{1,2,\cdots,n\}$ such that $d_i \neq i$, $i = 1,2,\cdots,n$.
How many derangements of $\{1,2,\cdots,n\}$ are there ?

6. How many ways are there to paint eight vertices of a cube using eight colors?

本考試：☑ 不需使用簡易計算機，☐ 使用簡易計算機 ←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：(Teacher)	（簽章）(Signature & date) 105 年 9 月 16 日	試題隨卷繳交

國立政治大學 應用數學系 105 學年度第一學期 學科 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	數理統計	開課系級 Dept, & Class	研究所	日期 Date, Period	105 年 9 月 19 日 上午 9:00~12:00	試題編號 Course No.	

本試卷共有 6 個題目，
碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。
博士班：6 題全做答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

1. Let (X, Y) be a random point chosen uniformly on the region $R = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.

   (1) Find the conditional density of Y, given $X = -\frac{1}{2}$.

   (2) Find $Var(Y \mid X = -\frac{1}{2})$.

2. Show that

   (1) $E(Y) = E\,E(Y \mid X)$

   (2) $Var(Y) = E\,Var(Y \mid X) + Var\,E(Y \mid X)$

3. (1) Phone calls are received at a certain residence as a Poisson process with parameter $\lambda = 2$ per hour. How long can her shower be if she wishes the probability of receiving no phone calls to be at most 0.5?

   (2) Let $X = (X_1, X_2, X_3)$ have joint moment-generating function $M(t_1, t_2, t_3) = (1 - t_1 - 2t_2)^{-4}(1 - t_1 + 3t_3)^{-2}(1 - t_2)^{-3}$. Find $Cov(X_2, X_3)$.

4. Let $X_1, \cdots, X_n \overset{iid}{\sim} f(x; \theta) = \theta x^{\theta - 1}$, $0 < x < 1$.

   (1) Find the best unbiased estimator of θ.

本考試：■ 不需使用簡易計算機，□ 使用簡易計算機 ←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：(Teacher)	（簽章）105 年 9 月 12 日 (Signature & date)	試題隨卷繳交

國立政治大學 應用數學系 105 學年度第一學期 學科 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	數理統計	開課系級 Dept, & Class	研究所	日期 Date, Period	105 年 9 月 19 日 上午 9:00~12:00	試題編號 Course No.	

本試卷共有 6 個題目，
碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。
博士班：6 題全做答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

(2) Is the best unbiased estimator efficient?

5. (1) Let (X, Y) have a trinomial distribution with $n=2$ and parameters (θ_1, θ_2). Find the most powerful size-0.18 test of the null hypothesis that $\theta_1 = \theta_2 = 0.4$ against $\theta_1 = 0.2$ and $\theta_2 = 0.6$.

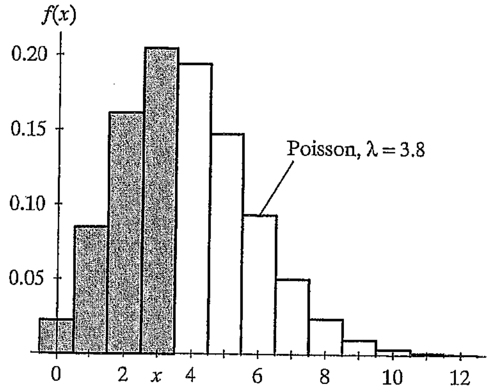
(2) Let $X_1, \cdots, X_n$ be independent, with $X_i \sim N(\theta, 1)$. Find the size-α LRT for testing that $\theta = 0$ against $\theta \neq 0$.

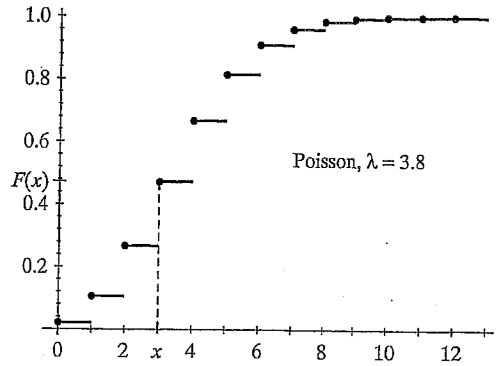
6. (1) Let X_1, X_2, X_3 be independent, with $X_i \sim P(i\theta)$. Find the UMP size-0.05 test that $\theta = 3/2$ against $\theta < 3/2$.

(2) Let X_1, X_2, X_3 be independent and $X_i \sim E(i\theta)$, $\theta > 0$. Find the UMP size-0.05 test that $\theta \geq 2$ against $\theta < 2$.

本考試：■ 不需使用簡易計算機，□ 使用簡易計算機 ←請出題老師勾選，謝謝！

TABLE III: The Poisson Distribution





$$F(x) = P(X \le x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

	$\lambda = E(X)$									
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.905	0.819	0.741	0.670	0.607	0.549	0.497	0.449	0.407	0.368
1	0.995	0.982	0.963	0.938	0.910	0.878	0.844	0.809	0.772	0.736
2	1.000	0.999	0.996	0.992	0.986	0.977	0.966	0.953	0.937	0.920
3	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.994	0.991	0.987	0.981
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.333	0.301	0.273	0.247	0.223	0.202	0.183	0.165	0.150	0.135
1	0.699	0.663	0.627	0.592	0.558	0.525	0.493	0.463	0.434	0.406
2	0.900	0.879	0.857	0.833	0.809	0.783	0.757	0.731	0.704	0.677
3	0.974	0.966	0.957	0.946	0.934	0.921	0.907	0.891	0.875	0.857
4	0.995	0.992	0.989	0.986	0.981	0.976	0.970	0.964	0.956	0.947
5	0.999	0.998	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992	0.990	0.987	0.983
6	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.997	0.995
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

x	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0	0.111	0.091	0.074	0.061	0.050	0.041	0.033	0.027	0.022	0.018
1	0.355	0.308	0.267	0.231	0.199	0.171	0.147	0.126	0.107	0.092
2	0.623	0.570	0.518	0.469	0.423	0.380	0.340	0.303	0.269	0.238
3	0.819	0.779	0.736	0.692	0.647	0.603	0.558	0.515	0.473	0.433
4	0.928	0.904	0.877	0.848	0.815	0.781	0.744	0.706	0.668	0.629
5	0.975	0.964	0.951	0.935	0.916	0.895	0.871	0.844	0.816	0.785
6	0.993	0.988	0.983	0.976	0.966	0.955	0.942	0.927	0.909	0.889
7	0.998	0.997	0.995	0.992	0.988	0.983	0.977	0.969	0.960	0.949
8	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996	0.994	0.992	0.988	0.984	0.979
9	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.994	0.992
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

TABLE III: *continued*

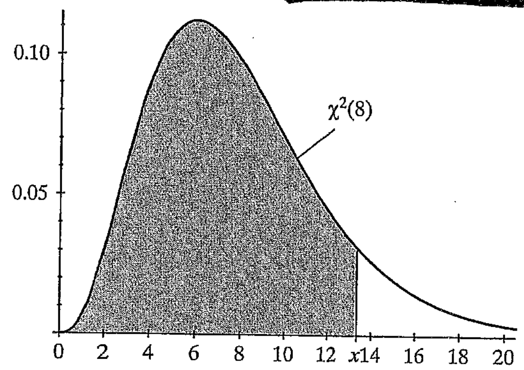
x	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
0	0.015	0.012	0.010	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003	0.002
1	0.078	0.066	0.056	0.048	0.040	0.034	0.029	0.024	0.021	0.017
2	0.210	0.185	0.163	0.143	0.125	0.109	0.095	0.082	0.072	0.062
3	0.395	0.359	0.326	0.294	0.265	0.238	0.213	0.191	0.170	0.151
4	0.590	0.551	0.513	0.476	0.440	0.406	0.373	0.342	0.313	0.285
5	0.753	0.720	0.686	0.651	0.616	0.581	0.546	0.512	0.478	0.446
6	0.867	0.844	0.818	0.791	0.762	0.732	0.702	0.670	0.638	0.606
7	0.936	0.921	0.905	0.887	0.867	0.845	0.822	0.797	0.771	0.744
8	0.972	0.964	0.955	0.944	0.932	0.918	0.903	0.886	0.867	0.847
9	0.989	0.985	0.980	0.975	0.968	0.960	0.951	0.941	0.929	0.916
10	0.996	0.994	0.992	0.990	0.986	0.982	0.977	0.972	0.965	0.957
11	0.999	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.990	0.988	0.984	0.980
12	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.995	0.993	0.991
13	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.999
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

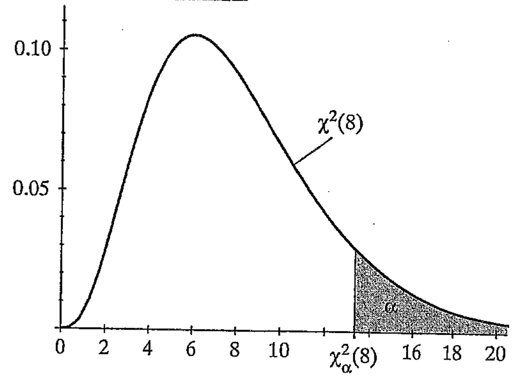
x	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0
0	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.011	0.007	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
2	0.043	0.030	0.020	0.014	0.009	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001
3	0.112	0.082	0.059	0.042	0.030	0.021	0.015	0.010	0.007	0.005
4	0.224	0.173	0.132	0.100	0.074	0.055	0.040	0.029	0.021	0.015
5	0.369	0.301	0.241	0.191	0.150	0.116	0.089	0.067	0.050	0.038
6	0.527	0.450	0.378	0.313	0.256	0.207	0.165	0.130	0.102	0.079
7	0.673	0.599	0.525	0.453	0.386	0.324	0.269	0.220	0.179	0.143
8	0.792	0.729	0.662	0.593	0.523	0.456	0.392	0.333	0.279	0.232
9	0.877	0.830	0.776	0.717	0.653	0.587	0.522	0.458	0.397	0.341
10	0.933	0.901	0.862	0.816	0.763	0.706	0.645	0.583	0.521	0.460
11	0.966	0.947	0.921	0.888	0.849	0.803	0.752	0.697	0.639	0.579
12	0.984	0.973	0.957	0.936	0.909	0.876	0.836	0.792	0.742	0.689
13	0.993	0.987	0.978	0.966	0.949	0.926	0.898	0.864	0.825	0.781
14	0.997	0.994	0.990	0.983	0.973	0.959	0.940	0.917	0.888	0.854
15	0.999	0.998	0.995	0.992	0.986	0.978	0.967	0.951	0.932	0.907
16	1.000	0.999	0.998	0.996	0.993	0.989	0.982	0.973	0.960	0.944
17	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.995	0.991	0.986	0.978	0.968
18	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.096	0.993	0.988	0.982
19	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.994	0.991
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.995
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

TABLE III: *continued*

x	11.5	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.011	0.008	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000
5	0.028	0.020	0.015	0.011	0.008	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001
6	0.060	0.046	0.035	0.026	0.019	0.014	0.010	0.008	0.006	0.004
7	0.114	0.090	0.070	0.054	0.041	0.032	0.024	0.018	0.013	0.010
8	0.191	0.155	0.125	0.100	0.079	0.062	0.048	0.037	0.029	0.022
9	0.289	0.242	0.201	0.166	0.135	0.109	0.088	0.070	0.055	0.043
10	0.402	0.347	0.297	0.252	0.211	0.176	0.145	0.118	0.096	0.077
11	0.520	0.462	0.406	0.353	0.304	0.260	0.220	0.185	0.154	0.127
12	0.633	0.576	0.519	0.463	0.409	0.358	0.311	0.268	0.228	0.193
13	0.733	0.682	0.629	0.573	0.518	0.464	0.413	0.363	0.317	0.275
14	0.815	0.772	0.725	0.675	0.623	0.570	0.518	0.466	0.415	0.368
15	0.878	0.844	0.806	0.764	0.718	0.669	0.619	0.568	0.517	0.467
16	0.924	0.899	0.869	0.835	0.798	0.756	0.711	0.664	0.615	0.566
17	0.954	0.937	0.916	0.890	0.861	0.827	0.790	0.749	0.705	0.659
18	0.974	0.963	0.948	0.930	0.908	0.883	0.853	0.819	0.782	0.742
19	0.986	0.979	0.969	0.957	0.942	0.923	0.901	0.875	0.846	0.812
20	0.992	0.988	0.983	0.975	0.965	0.952	0.936	0.917	0.894	0.868
21	0.996	0.994	0.991	0.986	0.980	0.971	0.960	0.947	0.930	0.911
22	0.999	0.997	0.995	0.992	0.989	0.983	0.976	0.967	0.956	0.942
23	0.999	0.999	0.998	0.996	0.994	0.991	0.986	0.981	0.973	0.963
24	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.995	0.992	0.989	0.984	0.978
25	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.994	0.991	0.987
26	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.995	0.993
27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996
28	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.998
29	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
31	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
32	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
33	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
34	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
35	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

TABLE IV: The Chi-Square Distribution





$$P(X \le x) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(r/2)2^{r/2}} w^{r/2-1}e^{-w/2}dw$$

	$P(X \le x)$							
	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990
r	$\chi^2_{0.99}(r)$	$\chi^2_{0.975}(r)$	$\chi^2_{0.95}(r)$	$\chi^2_{0.90}(r)$	$\chi^2_{0.10}(r)$	$\chi^2_{0.05}(r)$	$\chi^2_{0.025}(r)$	$\chi^2_{0.01}(r)$
1	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.34
4	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.14	13.28
5	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.07	12.83	15.09
6	0.872	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.239	1.690	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.646	2.180	2.733	3.490	13.36	15.51	17.54	20.09
9	2.088	2.700	3.325	4.168	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.558	3.247	3.940	4.865	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.053	3.816	4.575	5.578	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.571	4.404	5.226	6.304	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.107	5.009	5.892	7.042	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.660	5.629	6.571	7.790	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.229	6.262	7.261	8.547	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.812	6.908	7.962	9.312	23.54	26.30	28.84	32.00
17	6.408	7.564	8.672	10.08	24.77	27.59	30.19	33.41
18	7.015	8.231	9.390	10.86	25.99	28.87	31.53	34.80
19	7.633	8.907	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	8.260	9.591	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
21	8.897	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93
22	9.542	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29
23	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64
24	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98
25	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31
26	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.88	41.92	45.64
27	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96
28	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28
29	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59
30	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
40	22.16	24.43	26.51	29.05	51.80	55.76	59.34	63.69
50	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
60	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
70	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.4
80	53.34	57.15	60.39	64.28	96.58	101.9	106.6	112.3

This table is abridged and adapted from Table III in *Biometrika Tables for Statisticians*, edited by E.S.Pearson and H.O.Hartley.

國立政治大學 應用數學系 105 學年度第一學期 學科 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	微分方程式	開課系級 Dept, & Class	研究所	日 期 Date, Period	105 年 9 月 19 日 上午 9:00~12:00	試題編號 Course No.	

本試卷共有 6 個題目，
碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。
博士班：6 題全做答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

1. Discuss the local existence and uniqueness of the solutions of the following initial value problems: $y' = \sqrt{|y|}$, $y(0) = 0$. Justify your answer!

2. Consider the initial value problem

$$X' = f(t, X), \qquad X(0) = \xi,$$

where $\xi \in \mathbb{R}^n$ is given and $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ is a C^1 function. Suppose that there exists a continuous function $M: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ such that $\|f(t, X)\| \leq M(t)\|X\|$ for all $(t, X) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$. Show that the initial value problem has a solution defined on $(-\infty, \infty)$.

3. Let $p(t)$ and $q(t)$ be continuous functions in $[t_0, \infty)$. Suppose that all solutions of $x'' + p(t)x = 0$ are bounded in $[t_0, \infty)$. Show that all solutions of $x'' + (p(t) + q(t))x = 0$ are bounded in $[t_0, \infty)$ provided that $\int_{t_0}^{\infty} |q(t)|\, dt < \infty$.

4. Show that the system

$$\frac{dx}{dt} = x\left(\lambda - \left(x^2 + (1 + \epsilon^2)y^2\right)\right) + \omega y,$$

$$\frac{dy}{dt} = y\left(\lambda - \left(x^2 + (1 + \epsilon^2)y^2\right)\right) - \omega x$$

has a limit cycle for $\lambda, \epsilon > 0$.

本考試：☑ 不需使用簡易計算機，☐ 使用簡易計算機 ←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：(Teacher)	（簽章）105 年 9 月 14 日 (Signature & date)	試題隨卷繳交

國立政治大學 應用數學系 105 學年度第一學期 學科 考試試題

NATIONAL CHENGCHI UNIVERSITY EXAMINATION FORM

考試科目 Course	微分方程式	開課系級 Dept, & Class	研究所	日 期 Date, Period	105 年 9 月 19 日 上午 9:00~12:00	試題編號 Course No.	

本試卷共有 6 個題目，
碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。
博士班：6 題全做答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

5. Determine whether the trivial solution of $y'''+3y''-4y'+7y+y^2=0$ is stable, asymptotically stable or unstable.

6. Determine the type of stability of the critical point $(0,0)$ of each of the following systems and sketch the phase portraits.

(a) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 7x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = -3x + 4y \end{cases}$ (b) $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - 5y \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + y \end{cases}$

本考試：☑ 不需使用簡易計算機，☐ 使用簡易計算機 ←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：(Teacher,	(簽章) 105 年 9 月 14 日 (Signature & date)	試題隨卷繳交

命題紙使用說明：試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks ：For the convenience of reprinting please Write questions in black or blue-black (but no red) ink.