

考試科目 Course	實變函數論	開課系級 Dept. & Class	研究所	日期 Date, Period	103 年 9 月 22 日 上午 9:00 - 12:00	試題編號 Course No.	
----------------	-------	--------------------------	-----	-----------------------	-----------------------------------	-----------------------	--

本試卷共有 6 個題目，

碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。

博士班：6 題全作答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

一. Let f be a nonnegative integrable function on \mathbb{R} .

Show that the function F defined by

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt, \quad x \in \mathbb{R}$$

is a well-defined continuous function. If, in addition, f is continuous on \mathbb{R} , is F differentiable on \mathbb{R} ?

二. Let S be a two-dimensional subspace of \mathbb{R}^3 . Show that the quotient space \mathbb{R}^3/S is a one-dimensional Banach space.

三. State and prove the Lebesgue Dominated Convergence Theorem.

四. Is $L^\infty([0,1])$ separable?

五. Show that if (X, \mathcal{S}, μ) is a measure space and ν is a signed measure on (X, \mathcal{S}) such that

本考試： 不需使用簡易計算機， 使用簡易計算機

←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：
(Teacher)

(簽章) 103 年 9 月 10 日
(Signature & date)

試題隨卷繳交

命題紙使用說明：試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks: For the convenience of reprinting please write questions in black or blue-black (but no red) ink.

考試科目 Course	實變函數論	開課系級 Dept. & Class	研究所	日期 Date, Period	103 年 9 月 22 日 上午 10:00 ~ 12:00	試題編號 Course No.	
----------------	-------	--------------------------	-----	-----------------------	------------------------------------	-----------------------	--

本試卷共有 6 個題目，

碩士班：請選 5 題作答，每題 20 分，請在答案卷最前面註明所選的 5 題，否則依學生作答之前 5 題計分。

博士班：6 題全作答，每題 17 分，超過 100 分則以 100 分計。

$\nu \perp \mu$ and $\nu \ll \mu$, then $\nu = 0$.

六. Let $\|\cdot\|_p$ be the p -norm on \mathbb{R}^n , $1 \leq p \leq \infty$, i.e.,

$$\|x\|_p = \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p} & \text{if } 1 \leq p < \infty \\ \max_{1 \leq i \leq n} |x_i| & \text{if } p = \infty, \end{cases}$$

where $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$. Show that they are equivalent.

本考試： 不需使用簡易計算機， 使用簡易計算機

←請出題老師勾選，謝謝！

命題老師：
(Teacher)

簽章) 103 年 9 月 10 日
(Signature & date)

試題隨卷繳交

命題紙使用說明：試題將用原件印製，敬請使用黑色墨水正楷書寫或打字（紅色不能製版請勿使用）。

Remarks : For the convenience of reprinting please write questions in black or blue-black (but no red) ink.